



MÉTODOS MATEMÁTICOS
NIVEL MEDIO
PRUEBA 1

Martes 7 de mayo de 2002 (tarde)

1 hora

Nombre

--

Número

--	--	--	--	--	--	--	--	--

INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS

- Escriba su nombre, apellido(s) y número de alumno en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas en los espacios provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o con tres cifras significativas.
- Escriba la marca y el modelo de su calculadora en la casilla de abajo (*p.ej.*, Casio *fx-9750G*, Sharp *EL-9600*, Texas Instruments *TI-85*).

Calculadora

Marca	Modelo

EXAMINADOR	LÍDER DE EQUIPO	IBCA
TOTAL /90	TOTAL /90	TOTAL /90

*Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Cuando la respuesta sea incorrecta se otorgarán algunos puntos siempre que aparezca el método empleado y éste sea correcto. Donde sea necesario, se puede utilizar para sus cálculos el espacio debajo del cuadro. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el proceso seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar gráficas de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar esas gráficas en su respuesta. Una respuesta incorrecta sin indicación del método utilizado no recibirá normalmente **ningún** punto.*

1. De enero a septiembre la cantidad media de accidentes automovilísticos por mes fue de 630. De octubre a diciembre la media fue de 810 accidentes por mes.

¿Cuál fue la cantidad media de accidentes automovilísticos por mes para todo el año?

Operaciones:

Respuesta:

2. En una sucesión aritmética el primer término es -2 , el cuarto término es 16 , y el n ésimo término es $11\,998$.
- (a) Halle la diferencia común d .
- (b) Halle el valor de n .

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

3. Sean $f(x) = 2^x$, y $g(x) = \frac{x}{x-2}$, ($x \neq 2$).

Halle

(a) $(g \circ f)(3)$;

(b) $g^{-1}(5)$.

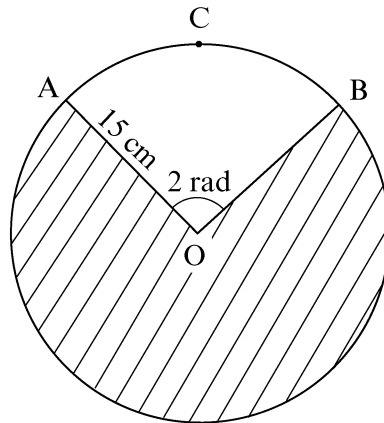
Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

4. En la figura siguiente se muestra una circunferencia de centro O , y radio 15 cm. El arco ACB subtende un ángulo de 2 radianes con centro O .



No dibujado a escala

$\widehat{AOB} = 2$ radianes.
 $OA = 15$ cm.

Halle

- (a) la longitud del arco ACB ;
- (b) el área de la región sombreada.

Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

5. La ecuación vectorial de una recta es $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}.$

Halle la ecuación de esta recta que tiene la forma $ax + by = c$, donde $a, b, y c \in \mathbb{Z}.$

Operaciones:

Respuesta:

6. Dos botes A y B parten desde el mismo punto P. El bote A se desplaza en línea recta a 20 km h^{-1} y el bote B se desplaza en línea recta a 32 km h^{-1} . El ángulo entre sus trayectorias es de 70° .

Halle la distancia entre ambos botes pasadas 2,5 horas.

Operaciones:

Respuesta:

7. Tomemos el desarrollo de $\left(3x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$.

- (a) ¿Cuántos términos contiene el desarrollo?
(b) Halle el término constante de este desarrollo.

Operaciones:

Respuestas:

- (a) _____
(b) _____

8. Sea $f(x) = \sin 2x$ y $g(x) = \sin(0,5x)$.

(a) Escriba

(i) el valor mínimo de la función f ;

(ii) el período de la función g .

(b) Tomemos la ecuación $f(x) = g(x)$.

Halle el número de soluciones que tiene esta ecuación para $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$.

Operaciones:

Respuestas:

(a) (i) _____

(ii) _____

(b) _____

9. Resuelva la ecuación $\log_{27} x = 1 - \log_{27} (x - 0,4)$.

Operaciones:

Respuesta:

10. La derivada de la función f es $f'(x) = \frac{1}{x+1} - 0,5\text{sen}x$, para $x \neq -1$.

La gráfica de f pasa por el punto $(0, 2)$. Halle una expresión de $f(x)$.

Operaciones:

Respuesta:

11. Una caja contiene 22 manzanas rojas y 3 manzanas verdes. Se eligen en forma aleatoria tres manzanas, una tras la otra y sin reposición.
- (a) Las dos primeras manzanas son verdes. ¿Cuál es la probabilidad de que la tercera manzana sea roja?
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de que dos y no más de dos de las tres manzanas sean rojas?

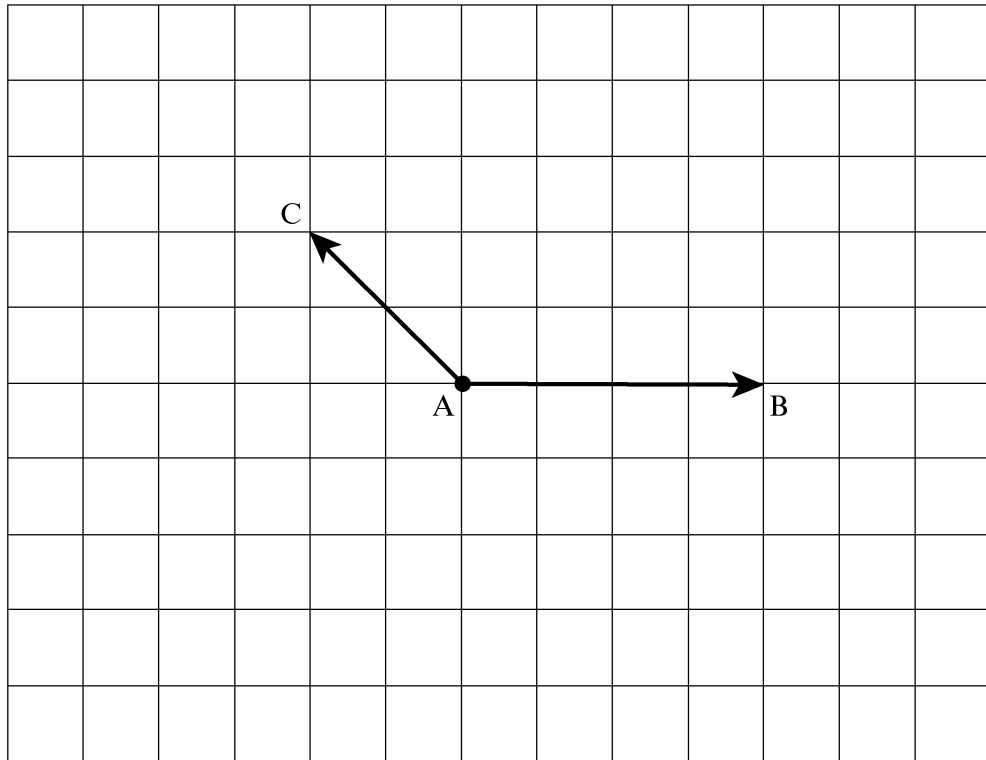
Operaciones:

Respuestas:

(a) _____

(b) _____

12. El diagrama a continuación muestra los vectores \vec{AB} y \vec{AC} .

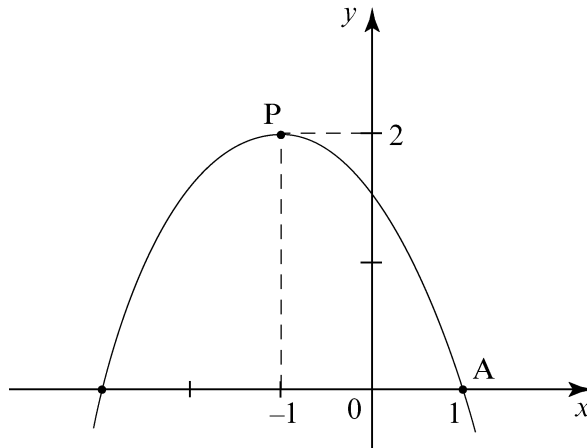


Marque en el diagrama los siguientes puntos

- (a) el punto D tal que $\vec{AD} = 2\vec{AC}$;
- (b) el punto P tal que $\vec{AP} = \vec{AB} - \vec{AC}$;
- (c) el punto Q tal que \vec{AQ} es la proyección del vector \vec{AC} en la dirección de \vec{AB} .

Operaciones:

13. En la figura aparece parte de la gráfica de $y = a(x - h)^2 + k$. La gráfica tiene su vértice en P, y pasa por el punto A de coordenadas $(1, 0)$.



- (a) Escriba el valor de
- (i) h ;
 - (ii) k .
- (b) Calcule el valor de a .

Operaciones:

Respuestas:

- (a) (i) _____
- (ii) _____
- (b) _____

14. En la **Figura 1** aparecen las gráficas de las funciones f_1 , f_2 , f_3 , f_4 .

En la **Figura 2** se muestran las gráficas de las derivadas de las funciones de la **Figura 1**, por ejemplo, la derivada de f_1 aparece en el diagrama (d).

Figura 1

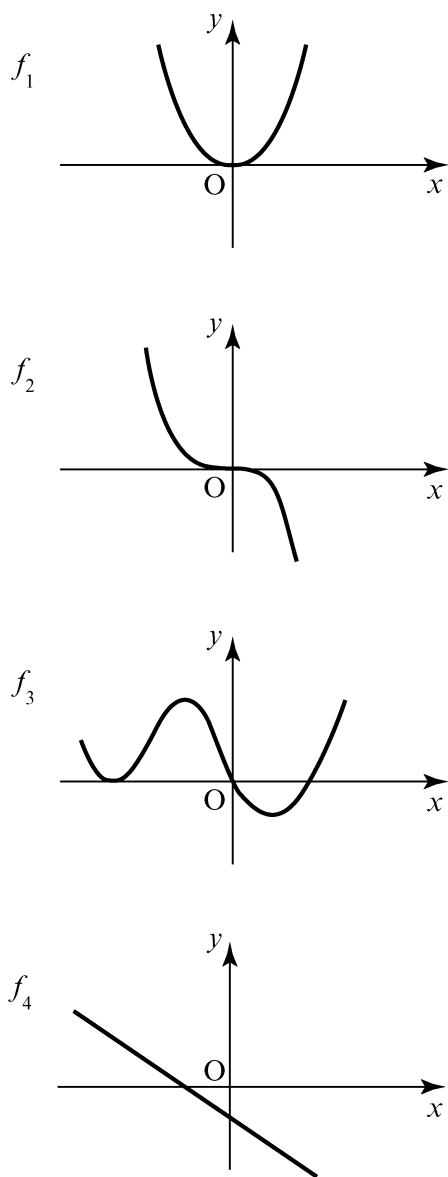
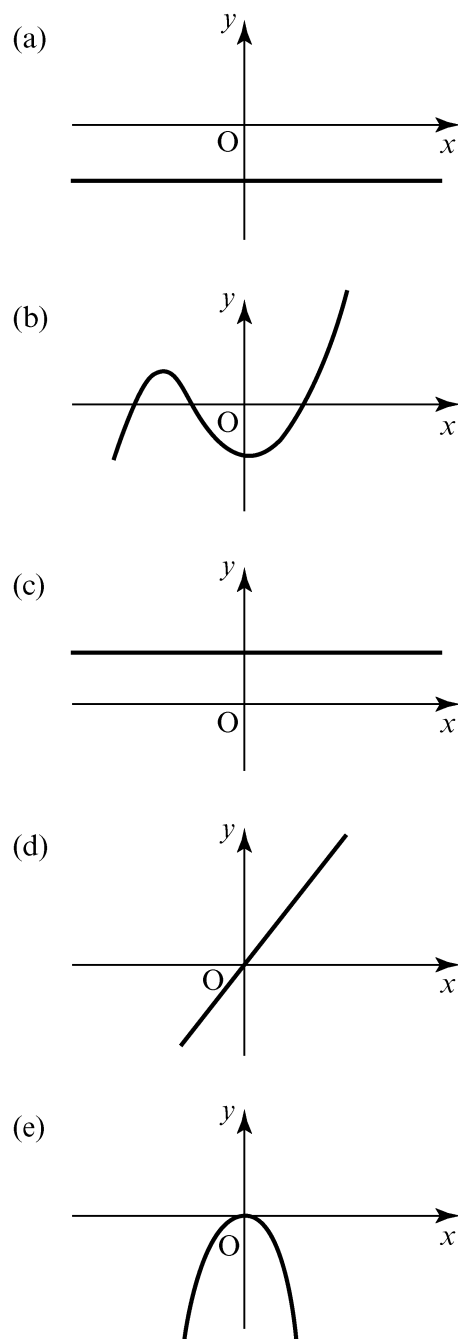


Figura 2



(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 14 continuación)

Rellene la tabla siguiente efectuando la correspondencia entre cada una de las funciones y su derivada.

Función	Diagrama de la derivada
f_1	(d)
f_2	
f_3	
f_4	

Operaciones:

15. Tomemos los siguientes enunciados:

A: $\log_{10} (10^x) > 0$.

B: $-0,5 \leq \cos (0,5x) \leq 0,5$.

C: $-\frac{\pi}{2} \leq \arctan x \leq \frac{\pi}{2}$.

(a) Determine cuáles enunciados son ciertos para todo número real x . Escriba sus respuestas (sí o no) en la tabla a continuación.

Enunciado	(a) ¿Es cierto el enunciado para todo número real x ? (Sí/No)	(b) Si no es cierto, presente un ejemplo
A		
B		
C		

(b) Si uno de los enunciados no es cierto para todo x , rellene la última columna con un ejemplo de un valor de x para el cual el enunciado es falso.

Operaciones:
